

Ejercicios de Aplicación

Crecimiento y Decaimiento Exponencial

1.- Una población de hormigas soldado crece a razón de 5 es a 3 cada mes en la selva; cuando alcanza una población de 100 millones la comunidad por un extraño suceso de la naturaleza abandona su ubicación y tiende a desaparecer. Si la comunidad inicial promedio es de 30 especímenes:

a) ¿Cuál será el modelo de función para este suceso de la naturaleza?

$$R: P_f = 30 \left(\frac{5}{3}\right)^t$$

b) ¿En qué tiempo alcanzará una población de 50,000 hormigas?

R: 14.52 meses, aproximadamente en 1.21 años

c) ¿Qué población se tendrá en 2 años y medio?

R: 135'701,217 hormigas aproximadamente

d) ¿En que tiempo se podrán tener 123,456 hormigas?

R: 16.29 meses, aproximadamente en 1.35 años

e) ¿En que tiempo la colonia de hormigas abandonará su ubicación?

R: 29.40 meses, aproximadamente en 2.45 años

2.- El isótopo radioactivo del bismuto 210 tiene una vida media de 5 días. Si hay inicialmente 100 mg del isótopo:

a) ¿Cuál es la función que denota este comportamiento?

$$R: B_f = 100(e)^{-0.138629t}$$

b) ¿Cuánta cantidad quedará al cabo de una semana?

R: 37.8929 grs

c) ¿En que tiempo habrá decaído 30%?

R: 2.5728 días

d) ¿En cuanto tiempo quedarán 10 grs.?

R: 16.6096 días

e) ¿En que tiempo habrá decaído al 25%?

R: 10 días

3.- La temperatura "T" (en grados Celsius) de una plancha metálica, después de "t" horas de enfriamiento está dada por la función: $T = 120(2)^{-2t} + 20$

a) ¿Cuál es la temperatura inicial de la plancha?

R: 140°C

b) ¿En cuantas horas la temperatura será de 24° C?

R: 2.45 hrs aproximadamente ó 2 hrs, 27' 12.4"

c) ¿Cuál es la temperatura después de 5 horas?

R: 20.11 °C

4.- La vida media del radio es de 1600 años. Si inicialmente hay 600 mg:

a) ¿Cuál es la función de este comportamiento?

R: $R_f = 600(e)^{-0.0004332169t}$

b) ¿En cuántos años quedará el 80% de la cantidad original?

R: 515.0849 años

c) ¿En cuántos años quedarán 300 mg?

R: 1,600 años

d) ¿Qué cantidad quedará de este material al cabo de 5000 años?

R: 68.7753 grs.

5.- De acuerdo con los censos de población, el poblado de San Juan Tumbio en el Edo. de Michoacan, pasó en el año de 1916 de 75 habitantes a 350 en el año de 1935; se estima ha mantenido esa tendencia de crecimiento a la fecha.

a) Determine la función que representa este crecimiento

R: $P_f = 75(2)^{0.116968t}$ (k puede variar en función de la base que se elija, no es una base muy lógica; si la función es diferente y son correctos los siguientes encisos, quiere decir que su función es adecuada)

b) ¿En qué año se estima que la población llegará a 25,000 habitantes?

R: en 71.6505 años; por lo que sumados a 1916 (año inicial), se estima para 1987.6505, aproximadamente en el año de 1988

c) ¿Cuál es la población actual un siglo después?

R: 248,971 habitantes aproximadamente

d) ¿Qué población habrá cuando llegue el cometa Haley en el año 2,062 aproximadamente?

R: 10'371,706 habitantes aproximadamente

6.- Aplicar logaritmos a la siguiente expresión: $Kp^3 = \frac{\sqrt[3]{mnB}}{6r^4} (\pi d)^2$

R: $\log K + 3 \log p = \frac{1}{3}(\log m + \log n + \log B) + 2(\log \pi + \log d) - \log 6 - 4 \log r$

7.- La fórmula del decaimiento radioactivo de un elemento encontrado por una de las sondas enviadas al encuentro de un cometa se pudo establecer como: $E = E_o e^{-kT}$, donde "T" está expresado en días. Si la vida media del elemento es 20 días, y la cantidad detectada fue de 82 gramos:

a) ¿En qué tiempo quedará tan solo 1 gramo del elemento radioactivo?

R: 41.8862 días

b) ¿Qué tiempo deberá transcurrir para que decaiga al 10%?

R: 21.8862 días

c) ¿En cuánto tiempo decaerá el 15%?

R: 1.5447 días

8.- Juventino tiene 10 mil pesos ahorrados y quiere invertirlos por 10 años, un banco le ofrece una tasa de interés de 18% anual, capitalizable cada cuatrimestre; Un segundo banco le ofrece una tasa de 16.5% capitalizable mensualmente;

a) ¿Cuáles son las funciones para cada banco?

R: Banco 1 $C_f = 10,000 \left(1 + \frac{0.18}{3}\right)^{3t}$

Banco 2 $C_f = 10,000 \left(1 + \frac{0.165}{12}\right)^{12t}$

b) ¿Cuál banco le conviene más para su inversión?

R: Banco 1 obtendría en 10 años = \$ 57,434.91 (mejor opción)

Banco 2 obtendría en 10 años = \$ 51,487.76

c) ¿Qué capital tendrá si lo guarda 5 años más en la mejor opción?

R: Banco 1 obtendría en 15 años = \$ 137,646.10 (mejor opción)

Banco 2 obtendría en 10 años = \$ 116,830.46