

① Resuelva el sig. sistema x el método que Ud. Elija:

$$\frac{x-y}{4} - \frac{(3x-y)}{5} = -\frac{3}{10} \quad \text{mult x 4 y 5 toda la ecuación} \quad (4)(5)(x-y) - (4)(5)(3x-y) = \frac{-3(10)(2)}{10}$$

$$\frac{5x-y}{3} + \frac{3x+y}{2} = 3 \quad \text{mult x 3 y 2 toda la ecuación} \quad \frac{(3)(2)(5x-y)}{3} + \frac{(3)(2)(3x+y)}{2} = (3)(2)(3)$$

$$\begin{aligned} (a) \quad 5(x-y) - 4(3x-y) &= -6 \Rightarrow 5x - 5y - 12x + 4y = -6 \Rightarrow -7x - y = -6 \quad (a) \times \text{Suma y Resta} \\ (b) \quad 2(5x-y) + 3(3x+y) &= 18 \Rightarrow 10x - 2y + 9x + 3y = 18 \Rightarrow 19x + y = 18 \quad (b) \\ 12x &= 12 \quad x = \frac{12}{12} = 1 \end{aligned}$$

sust. x en (a)  $-7(1) - y = -6$

$$\begin{aligned} -7 + 6 &= y \\ -1 &= y \end{aligned} \quad R = x = 1 \quad y = -1$$

② Se dispara un cañonazo contra un velero, según se muestra en la figura. La bala se mueve con velocidad constante y la función  $h = 50t - 6t^2$ , relaciona la altura ( $h$ ) y el tiempo ( $t$ ) en segundos de viaje.



a) En que tiempo el velero es alcanzado por la bala.

b) ¿Cuál es la  $h_{\max}$  alcanzada x la bala.

$$f(t) = -6t^2 + 50t$$

Datos punto de lanzamiento  $h = 0$  mts.

Velero 25 metros abajo del disparo ( $h = -25$ )  $-25 = -6t^2 + 50t$

$$6t^2 - 50t - 25 = 0 \rightarrow \text{Completo cuadrado} \div 6 \quad \frac{6t^2}{6} - \frac{50t}{6} - \frac{25}{6} = 0$$

$$t^2 - \frac{25}{3}t + b^2 = \frac{25}{6} + b^2 \Rightarrow t^2 - \frac{25}{3}t + \left(\frac{25}{6}\right)^2 = \frac{25}{6} + \left(\frac{25}{6}\right)^2 = \frac{25}{6} + \frac{625}{36} = \frac{775}{36}$$

$$\left(t - \frac{25}{6}\right)^2 = \frac{775}{36} \quad \therefore t - \frac{25}{6} = \pm \sqrt{\frac{775}{36}} = \pm \frac{5\sqrt{31}}{6} \quad t_1 = \frac{25}{6} + \frac{5\sqrt{31}}{6} = \frac{25 + 5\sqrt{31}}{6} = 8.80 \text{ seg}$$

$$t_2 = \frac{25}{6} - \frac{5\sqrt{31}}{6} = \frac{25 - 5\sqrt{31}}{6} = -0.47 \text{ seg}$$

$$t_{\text{ext}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-50}{2(-6)} = \frac{50}{12} = \frac{25}{6} \quad h_{\max} \text{ sust. en ecuación original } h = -6t^2 + 50t$$

$$h_{\max \text{ sum}} = 104.16 + 25 = 129.16 \text{ m.} // \text{ (b)} \quad h_{\max} = -6\left(\frac{25}{6}\right)^2 + 50\left(\frac{25}{6}\right) = \frac{625}{6} = \frac{104.16}{6} \text{ m.}$$

③ Si la suma de 2 números es 37 y la diferencia de sus cuadrados es 259 d cuáles son los números?

$$x+y = 37 \quad x = 37-y \quad \text{sust en (2)} \quad 37^2 - 2(37)y + y^2 - y^2 = 259$$

$$x^2 - y^2 = 259 \quad (37-y)^2 - y^2 = 259 \quad 1369 - 74y = 259$$

$$x = 37 - 15 = 22 \quad R = x = 22 \quad y = 15$$

$$y = \frac{259 - 1369}{-74} = 15$$

④ Resuelve la siguiente ecuación por el método de completar TCF =  $3x^2 - 12x - 20 = 16$

$$3x^2 - 12x = 16 + 20 = 36 \quad \text{div. } \frac{1}{3} \text{ la ecuación}$$

$$x^2 - 4x = 12 \quad \text{completando TCF} = x^2 - 4x + (4)^2 = 12 + 2^2 = 16$$

$$x^2 - 4x + 4 = 16 \quad \text{Factorizando TCF} = (x-2)^2 = 16 \quad \therefore x-2 = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

$$\underline{x_1 = 2+4=6} \quad \underline{x_2 = 2-4=-2}$$

⑤ Una compañía de Danza trata de calcular el precio de boleto de entrada buscando que les alcance para los gastos, pero que además permita que asista la gente. Se calcula que la ganancia ( $G$ ) por cada función de Danza expresada en miles de pesos, se obtiene con la función  $G = -b^2 - 44 + 24b$  donde ( $b$ ) es el costo del boleto.

a) Calcular la posible ganancia máxima.

$$b(\text{ej}) = -\frac{b}{2a} \quad (\text{de la función}). \quad \text{Función ordenada} = G = -b^2 + 24b - 44$$

$$b(\text{ej}) = -\frac{-24}{2(-1)} = \frac{-24}{-2} = 12 \quad G_{\max} \text{ sust en } G = -(12)^2 + 24(12) - 44 = -144 + 288 - 44 = 100$$

b) Determina el costo mínimo para que la compañía ni pierda ni gane dinero  
Hipótesis  $G = 0$  (no hay ganancia)  $-b^2 + 24b - 44 = 0$  (por -1 toda)

$$b_1 = 22 \quad b_2 = 2$$

$$b^2 - 24b + 44 = 0$$

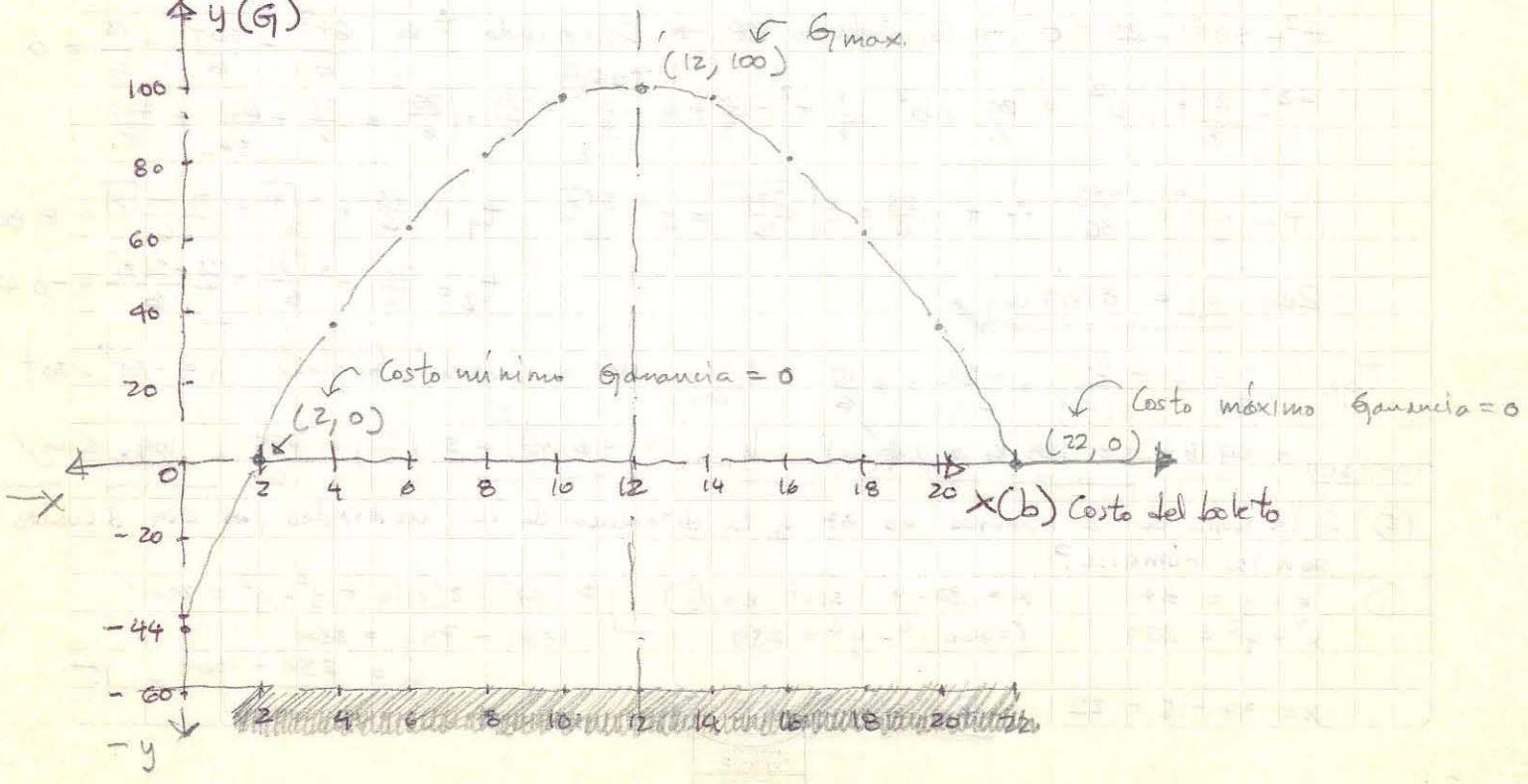
$$(b-22)(b-2) = 0$$

$$\rightarrow b) = 2 \text{ pesos} // \text{costo mínimo.}$$

c) Determine el costo máximo que la compañía puede cobrar por un boleto para que ni pierda, ni gane c) = 22 pesos //

d) Traza la gráfica de ganancia contra costo del boleto.

$\uparrow y(G)$



Bonos.

BONOS.

- ⑥ Resolver la siguiente ecuación por el método que se deseé, excepto fórmula general.

$$\sqrt{8x^2 + 15x + 27} = 3x + 3 \quad \text{pasamos la } \sqrt{\text{ como potencia al } 2^{\text{o}} \text{ miembro}}$$

$$8x^2 + 15x + 27 = (3x + 3)^2 = 9x^2 + 2(3x)(3) + 3^2 = 9x^2 + 18x + 9$$

$$8x^2 + 15x + 27 = 9x^2 + 18x + 9 \quad \text{Igualamos a } 0$$

$$0 = 9x^2 - 8x^2 + 18x - 15x + 9 - 27$$

$$0 = x^2 + 3x - 18$$

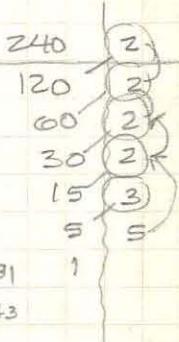
$$\text{Factorizando } 0 = (x+6)(x-3) \quad \therefore \quad x_1 = -6 \quad x_2 = 3 //$$

- ⑦ Factorizar las siguientes expresiones

Descomposición en factores primos de 240

a)  $x^2 + 32x + 240$

Possibles combinaciones de factores



b)  $x^2 - x - 240$

$$(1)(240) = 240$$

c)  $x^2 + 53x + 240$

$$(2)(120) = 240$$

Soluciones

$$(4)(60) = 240$$

a)  $x^2 + 32x + 240$

$$(8)(30) = 240$$

b)  $x^2 - x - 240$

$$(-1)(-240) = 240 \rightarrow +31$$

$(x+20)(x+12)$

$$(2)(120) = 240$$

c)  $x^2 + 53x + 240$

$$(10)(24) = 240$$

$(x+48)(x+5)$  //

$$32 \rightarrow (20)(12) = 240 \leftarrow 8$$

$$(40)(6) = 240$$

- ⑧ Resolver la siguiente ecuación por el método que deseé, excepto fórmula general.

$$x^2 + 3x = 18$$

Igualamos a cero

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

factorizamos

$$(x+6)(x-3) = 0 \quad \therefore \quad \text{Soluciones} \quad x_1 = -6 \quad x_2 = +3 //$$

① Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones por el método que Usted elija

$$a) \frac{x+y}{3} - \frac{(3x+y)}{8} = -\frac{1}{6} \text{ mult por } 3 \cdot 8 \quad (3)(8)(x+y) - (3)(8)(3x+y) = -1(3)(8)$$

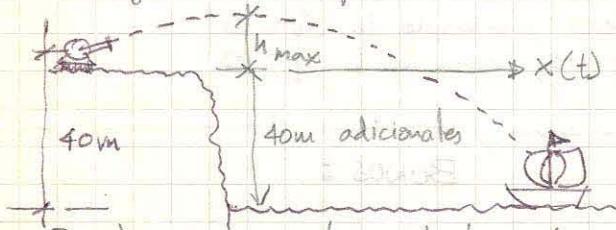
$$b) \frac{5x+y}{3} - \frac{3x-y}{2} = -1 \text{ mult por } 3 \cdot 2 \quad (3)(2)(5x+y) - (3)(2)(3x-y) = -1(3)(2)$$

$$a) 8(x+y) - 3(3x+y) = -4 \quad | \quad 8x + 8y - 9x - 3y = -4 \quad | \quad \text{permétodo}$$

$$b) 2(5x+y) - 3(3x-y) = -6 \quad | \quad 10x + 2y - 9x + 3y = -6 \quad | \quad \text{soma Y}$$

$$\text{Sust } y \text{ en } a) \quad x+5(-1) = -6 \Rightarrow x-5 = -6 \quad | \quad x = -6+5 = -1 // \quad y = -10 = -1 //$$

② Se dispara un cañonazo contra el velero según se muestra en la figura. La bala se mueve con velocidad constante y la función  $h = 44t - 16t^2$ , relaciona la altura ( $h$ ) y el tiempo ( $t$ ) en segundos de viaje



- a) Encuentre tiempo el velero es alcanzado por la bala  
b) Cuál es la altura máxima que alcanza la bala del cañón sobre el nivel del mar

Datos  $h$  en punto de lanzamiento 0 mts

Velero 40 m por debajo del cañón

$h$  del Velero = -40 metros

Resolvemos para  $t$  cuando  $h = -40$  m.

$$f(t) = -16t^2 + 44t$$

$$-40 = -16t^2 + 44t \Rightarrow -16t^2 + 44t + 40 = 0 \quad (\text{mult por } -1) \Rightarrow 16t^2 - 44t - 40 = 0$$

Dividimos  $\frac{1}{16}$  la ecuación  $\Rightarrow$

$$\text{Completabamos TCP.} \quad t^2 - \frac{44}{16}t + -\frac{40}{16} = 0 \Rightarrow t^2 - \frac{11}{4}t - \frac{5}{2} = 0$$

$$t^2 - \frac{11}{4}t + \left(\frac{11}{8}\right)^2 = \frac{5}{2} + \left(\frac{11}{8}\right)^2 \Rightarrow t^2 - \frac{11}{4}t + \left(\frac{11}{8}\right)^2 = \frac{5}{2} + \frac{121}{64} = \frac{281}{64} \Rightarrow \text{Factorizamos TCP} \Rightarrow$$

$$(t - \frac{11}{8})^2 = \frac{281}{64} \Rightarrow t - \frac{11}{8} = \pm \sqrt{\frac{281}{64}} = \pm \frac{\sqrt{281}}{8} \therefore t_1 = \frac{11}{8} + \frac{\sqrt{281}}{8} = \frac{11 + \sqrt{281}}{8} = 3.47 \text{ seg.}$$

$$a) = 3.47 \text{ segundos} // \quad \text{para } h_{\max} \text{ se requiere localizar eje de simetría de la parábola (Ec. original)}$$

$$t_{\text{eje}} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -16t^2 + 44t + 40 = 0 \quad a = -16 \quad b = 44$$

$$= \frac{-44}{2(-16)} = \frac{-44}{-32} = \frac{11}{8} \quad \text{Sust. en ecuación} \quad h_{\max} = -16\left(\frac{11}{8}\right)^2 + 44\left(\frac{11}{8}\right) + 40$$

$$h_{\max} = -16\left(\frac{121}{64}\right) + \frac{484}{8} + 40 = -\frac{121}{4} + \frac{121}{2} + 40 = \frac{281}{4} = 70.25 \text{ m}$$

$$b) h_{\max} \text{ SNM} = 70.25 + 40 = \frac{441}{4} = 110.25 \text{ m s.u.m} // (b)$$

③ Si la diferencia de 2 números es 8 y la suma de sus cuadrados es 610 ¿Cuáles son esos números?

$$a) x - y = 8 \quad \text{de a) } x = 8+y$$

$$b) x^2 + y^2 = 610 \quad \text{sustituir en b) } (8+y)^2 + y^2 = 610 \quad | \quad 2y^2 + 16y + 64 = 610 \quad | \quad 2y^2 + 16y + 32 = 305$$

$$y^2 + 8y + 32 = 305 \text{ completando TCP} \Rightarrow y^2 + 8y + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 305 - 32 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$(y+4)^2 = 305 - 32 + \frac{64}{4} = 289$$

$$(y+4)^2 = 289 \Rightarrow y+4 = \pm \sqrt{289} = \pm 17$$

$$y_1 = -4 + 17 = 13$$

$$y_2 = -4 - 17 = -21$$

$$S_1 \quad x = 8+y \quad x_1 = 8 + 13 = 21$$

$$x_2 = 8 + (-21) = -13$$

$$S_1 \quad 1 \quad (x=21, y=13)$$

$$S_1 \quad 2 \quad (x=-13, y=-21) //$$

④ Resuelve la siguiente ecuación por el metodo de completar TCP

$$4x^2 + 16x - 43 = 5$$

$$4x^2 + 16x = 5 + 43 = 48 \text{ Div. } \frac{\circ}{4} \text{ la Ecuación para simplificar}$$

$$x^2 + 4x = 12 \text{ completando TCP}$$

$$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 12 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 + 4x + z^2 = 12 + 4 = 16 \text{ Factorizamos TCP}$$

$$(x+2)^2 = 16 \therefore x+2 = \pm \sqrt{16} = \pm 4 \quad x_1 = -2 + 4 = 2 \quad x_2 = -2 - 4 = -6 //$$

⑤ Para este ejercicio revisa la solución en el Examen A

Respuestas

a) Ganancia máxima posible = 100 mil pesos ( $G_{\max}$ )

b) Costo mínimo del boleto = 2 pesos, cuando la  $G = 0$

c) Costo máximo del boleto = 22 pesos, cuando la  $G = 0$

Si  $G = 0$  no se pierde ni se gana

d) Ver gráfica en Examen A BONOS :

B

⑥ Resolver la sig. ecuación x el metodo que deseas, excepto fórmula general

$$\sqrt{3x^2 - 12x + 1} = 2x - 6 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 1 = (2x - 6)^2 = 4x^2 - 2(2x)(6) + 6^2$$

$$3x^2 - 12x + 1 = 4x^2 - 24x + 36$$

$$0 = 4x^2 - 3x^2 - 24x + 12x + 36 - 1$$

$$0 = x^2 - 12x + 35$$

Factorizando

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

$$(x-7)(x-5) = 0 \quad x_1 = 7 \quad x_2 = 5 //$$

⑦ Factorizar las siguientes expresiones

(revisar descomposición en factores primos de 240 en Examen A))

$$x^2 - 8x - 240 \rightarrow (x-20)(x+12)$$

$$x^2 + 31x + 240 \rightarrow (x+16)(x+15)$$

$$x^2 - 43x - 240 \rightarrow (x-48)(x+5)$$

⑧ Resolver la siguiente ecuación por el metodo que se deseas, excepto fórmula gral.

$$x^2 - 3x = 18$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x-6)(x+3) = 0 \therefore x_1 = 6 \quad x_2 = -3$$